

ESERCIZI SUI LIMITI CON FUNZIONI COMPOSITE DA SVILUPPARE CON LA SERIE DI TAYLOR

(2)

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{3x^4} = \frac{0}{0} \stackrel{(H)}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2xe^{x^2} - 2x}{12x^3} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{2x} \cdot (e^{x^2} - 1)}{\underset{6}{12} \cancel{x^3}^2} = \frac{0}{0} \stackrel{(H)}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\underset{6}{12} \cancel{x}} \frac{2\cancel{x}e^{x^2}}{1} = \frac{1}{6}.$$

(CON LA SERIE DI TAYLOR)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{3x^4} = \frac{1}{3} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{x^4} \stackrel{(T)}{=}$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x} + \cancel{x^2} + \frac{x^4}{2} + O(x^6) - \cancel{1} - \cancel{x^2}}{x^4} = \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x} \cdot (\frac{1}{2} + O(x^2))}{\cancel{x^4}} =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

2) (CALCOLARE IL SEGUENTE LIMITE: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^x - 1}$).

SUBITO/POTIAMO CHE: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^x - 1} = \frac{0}{0} \stackrel{(H)}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\frac{1+2x}{e^x}} =$

$= \frac{2}{1} = 2$. CON TAYLOR, SICCOME

$\ln^1(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$, ADORA $\ln(1+2x) = 2x - \frac{(2x)^2}{2} + \frac{(2x)^3}{3} - \dots$

QUINDI: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 2x^2 + O(x^3)}{\cancel{1} + x + O(x^2) - \cancel{1}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x} \cdot (2 - 2x + O(x^2))}{\cancel{x}} =$

$$= 2.$$